

Van natuurfilosofie tot technische natuurkunde

(red. Dr A. Jansz)

(Lustrumbuch 1960-1985 Studierenserie J. D. van der Waals)

ISBN 90 9001004-1

3. Van metafysica naar technologie

Betekenis van het werk van J.D. van der Waals sr.

Dr. W.M. de Muynck

Het tweeledige belang van fundamenteel wetenschappelijk onderzoek voor de meer toegepaste wetenschap en de techniek wordt door de Verkenningcommissie Natuurkundig Onderzoek, 1984, als volgt gekenschetst¹:

"Deze aspecten van de zuivere wetenschapsbeoefening -recruitering en training, het stellen van maatstaven voor strengheid en kwaliteit, het handhaven van de "esprit" van de wetenschappelijke gemeenschap - beïnvloeden effectief de voortgang van de meer toegepaste wetenschap en techniek".

"De technologie van vandaag leunt zwaar op de resultaten van het zuivere natuurwetenschappelijke onderzoek van gisteren. De tijdvertraging is ongeveer tien tot twintig jaren en is de laatste honderd jaren opmerkelijk constant gebleven; hij vertoont nu de neiging om toe te nemen".

In het volgende wil ik proberen aan te tonen dat deze uitspraken niet alleen toepasbaar zijn op de hedendaagse fysica, maar dat ze ook gelden met betrekking tot het werk van de theoretisch fysicus J.D. van der Waals sr. die zijn belangrijkste ontdekkingen zo'n honderd jaar geleden deed. Tevens zullen we zien dat Van der Waals' denken niet geheel vrij was van elementen die, strikt genomen, moeten worden gekenschetst als metafysisch omdat ze niet berustten op de in zijn tijd beschikbare empirische evidentie. Daaruit kunnen we concluderen dat een zekere mate van ontvankelijkheid voor metafysische denkbepelden soms de voortgang van wetenschap en techniek positief kan beïnvloeden.

Revolutionaire en normale wetenschap; de twee zijden van Van der Waals' werk.

Van Van der Waals wordt verteld² dat hij zelf, als hoogleraar aan de pas opgerichte Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, nooit een experiment heeft uitgevoerd. Zelfs de demonstraties op zijn colleges zou hij door een assistent hebben laten uitvoeren. En toch wordt zijn invloed op de praktijk van het fysisch experimenteren alom erkend. Zo stelde Dewar, die in 1898 erin slaagde waterstof vloeibaar te maken, in een lezing voor de British Association dat:

"... het misschien niet teveel gezegd is dat we voor een even vruchtbare bron van kennis zouden moeten teruggaan tot de Carnot-cyclus om een uitspraak te vinden die van groter belang is dan de theorie van Van der Waals' wet van de corresponderende toestanden van 1880."

En twee jaar nadat hij in 1908 ook helium vloeibaar had kunnen maken, stelde Kamerlingh Onnes dat Van der Waals' theorieën onmisbare wegwijzers waren geweest voor het experimenteel fysisch onderzoek aan de Leidse universiteit, en dat het kryogene laboratorium was ontwikkeld onder invloed van die theorieën³. Inderdaad had het "tien tot twintig jaar" geduurd voordat experimentatoren in staat waren deze zowel voor fundamentele natuurkunde als voor technologie belangrijke toepassingen van de theorie te verwezenlijken. En technische toepassingen van meer commerciële aard lieten nog aanmerkelijk langer op zich wachten⁴.

Het belang van Van der Waals' werk voor de theoretische fysica was aanzienlijk sneller duidelijk. Zijn eerste wetenschappelijke bijdrage, zijn in het Nederlands geschreven proefschrift *Over de continuïteit van den gas- en vloeistofoestand* (1873), zette Maxwell zelfs aan tot het leren van de Nederlandse taal, en ontlokte hem in een bespreking⁵ van het proefschrift de opmerking:

"... dat er geen twijfel aan kan bestaan dat zijn naam zich zal bevinden onder de meest vooraanstaande namen in de wetenschap der moleculen."

Ook ten aanzien van de "esprit" van de wetenschappelijke gemeenschap kan Van der Waals de vergelijking met vandaag glansrijk doorstaan. Niet velen zullen tegenwoordig met applaus worden verwelkomd, zoals hij, bij het begin van het eerste college na de zomervakantie van 1896². Als docent had hij zijn gelijke niet⁶. Door Poincaré⁷ werd hij gekarakteriseerd als "één van die mensen die doen werken omdat zij doen denken". Mede op grond van deze aanbeveling ontving Van der Waals in 1910 de Nobelprijs voor de Natuurkunde "voor zijn werk betreffende de toestandsvergelijking voor gassen en vloeistoffen".

De grote waardering voor het werk en de invloed van Van der Waals blijkt uit het bovenstaande overduidelijk. Als we ons echter afvragen waaruit dan wel die invloed precies bestaat, is het antwoord moeilijker te geven. Weliswaar zegt Gerrits⁸ over Van der Waals: "Door zijn bezielende invloed werden velen der jongeren tot experimentele onderzoekingen geleid, onderzoekingen, welke veelal ten doel hadden de theoretische beschouwingen van Van der Waals te toetsen". En dat zal ongetwijfeld juist zijn. Als we er echter van uitgaan dat iemands wetenschappelijke grootheid in de eerste plaats wordt afgemeten aan dat deel van zijn werk dat zich een blijvende plaats heeft veroverd in de geschiedenis der wetenschap, dan ontstaat er een heel ander beeld. Iedere natuurkundestudent kent Van der Waals' toestandsvergelijking, en de meesten zullen wel kunnen vertellen wat zijn wet van de corresponderende toestanden inhoudt. Veel minder bekend is echter zijn meer "toepassingsgerichte" werk, zoals dat met betrekking tot capillariteit, binaire en ternaire mengsels en zijn steun aan het fysisch-chemische onderzoek. We herinneren ons Van der Waals vooral vanwege zijn bijdrage aan onze fundamentele kennis van de werkelijkheid. Zijn bijdragen daaraan bepalen nog steeds voor een deel het gezicht van de fysica. In de twee afleveringen van het tijdschrift *Physica*⁹ die ter nagedachtenis van Van der Waals zijn uitgegeven, komt zijn naam voor in de titel van vele van de bijdragen die rapporteren over een actueel stuk onderzoek. Het is echter opvallend dat zijn werk in deze artikelen slechts een

enkele maal wordt geciteerd. Waarschijnlijk was de afstand tot de meer technische kant van Van der Waals' werk zo groot geworden dat de auteurs geen aanleiding meer zagen om daaraan te refereren.

De ambivalentie die we hier signaleren in de waardering voor Van der Waals' werk kan mogelijk begrepen worden in termen van het door Kuhn¹⁰ geïntroduceerde onderscheid tussen revolutionaire en normale wetenschap. Fysica kan op twee manieren worden bedreven. Wanneer de theorie als gegeven wordt beschouwd, kunnen we deze toepassen op allerlei speciale verschijnselen om te proberen die zo precies mogelijk te beschrijven. Dat noemt Kuhn¹⁰ normale wetenschap. Het overgrote deel van de hedendaagse natuurkunde is in deze zin *normale* wetenschap. Daaraan vooraf gaat echter altijd een periode van zgn. *revolutionaire* wetenschap, waarin de theorie nog moet worden gevormd, meestal ten koste van een eerdere theorie. Van der Waals heeft op beide manieren fysica bedreven. Wanneer we ons hem herinneren als een groot fysicus, is dat echter niet als beoefenaar van de normale wetenschap – hoe belangrijk dit overigens ook moge zijn geweest voor latere technologische ontwikkelingen – maar eren we in hem de revolutionaire wetenschapper die nieuwe ongebaande wegen heeft durven inslaan op het gebied van de theorievorming.

Van der Waals' toestandsvergelijking en het 19e eeuwse atomisme.

In het volgende wil ik proberen het verschil tussen normale en revolutionaire wetenschap toe te lichten aan de hand van Van der Waals' toestandsvergelijking. Deze vergelijking wordt meestal gepresenteerd als een correctie op de wet van Boyle-Gay-Lussac voor ideale gassen, waarbij de relatie $pV = RT$ tussen de druk p , het volume V en de temperatuur T van het gas (R is een constante) wordt vervangen door de relatie

$$(p + a/V^2)(V - b) = RT$$

Daarin vertegenwoordigt de term a/V^2 de onderlinge aantrekkingskracht tussen de moleculen, de zgn. Van der Waalskrachten, terwijl de term b het gevolg is van de eindige uitgebreidheid van de moleculen, ofwel – wat op hetzelfde neerkomt – van de zeer grote afstotende krachten die moleculen op elkaar uitoefenen als deze elkaar benaderen op een afstand ter grootte van de moleculaire diameter. Essentieel in deze stap is dus Van der Waals' aanname dat moleculen elkaar onderling kunnen aantrekken en afstoten, een aanname die in de theorie der ideale gassen niet wordt gemaakt.

Met behulp van methoden van de statistische mechanica die standaard leerstof zijn in het huidige universitaire curriculum (theorie van het kanonieke ensemble) is het tegenwoordig zeer eenvoudig Van der Waals' toestandsvergelijking af te leiden. Dit wordt bijvoorbeeld gedaan in het leerboek *Statistical Physics* van Landau en Lifshitz¹¹. Daar wordt tevens aangetoond dat de Van der Waals-vergelijking kan worden beschouwd als een benadering van een exacte relatie waarin p wordt geschreven als een oneindige machtreeks in V^{-1} . Dat is de reden dat Landau en Lifshitz Van der Waals'

wet enigszins denigrerend afdoen als een interpolatie-"formule", en nog wel één naast vele andere die je kunt krijgen door de exacte relatie op verschillende manieren wiskundig te benaderen. De Van der Waals-vergelijking zou alleen te prefereren zijn op grond van zijn eenvoud en zijn handige bruikbaarheid.

Men zou dit een voorbeeld kunnen noemen van het feit dat grote ontdekkingen achteraf meestal triviaal zijn. De verschijnselen op grond waarvan een bepaalde theorie is opgesteld, worden elementaire toepassingen van diezelfde theorie. Bekijken we echter het ontstaan van de Van der Waals-vergelijking los van de latere theorie, dan krijgen we een heel ander beeld. Gezien in de kontekst van zijn tijd was het een koene, om niet te zeggen een vermetele, eerder dan een triviale stap.

Wat was die kontekst? Om een goed beeld te krijgen van de situatie, geven we een kort overzicht van de ontwikkelingen in de 19^e eeuw op atomair gebied¹². We onderscheiden ruwweg drie stromingen: aethertheorieën, kinetische gastheorie en het energetisme. Van alle drie bestaan meerdere versies waar we hier uiteraard niet in detail op in kunnen gaan. Voor ons doel is dat ook niet nodig. Zo zullen we hier bijvoorbeeld geen onderscheid maken tussen Boscovichs op Newton teruggaande theorie waarin atomen worden beschouwd als statische (niet-bewegende) centra van krachten die – al naar gelang de onderlinge afstand tussen de atomen – afstotend of aantrekkend kunnen zijn, en aethertheorieën waarin de overbrenging van de krachten tussen de atomen geformuleerd wordt in termen van een mechanisch model, teneinde op deze wijze een oplossing te vinden voor het aloude probleem van de actio in distans (afstandwerking). Wat voor ons alleen van belang is, is dat in beide theorieën de druk in een gas wordt beschouwd als het gevolg van de lange-dracht¹³ afstotende krachten tussen atomen, die ervoor zorgen dat het gas zich verzet tegen samenpersen. Warmte is in aethertheorieën vaak het gevolg van het optreden van trillingen in de aether, of, zoals in de warmtestoftheorie (omstreeks begin 19^e eeuw; Lavoisier, Laplace) een zelfstandige stof die zich tussen de atomen kan bevinden.

Hiertegenover staan de kinetische theorieën, waarin warmte geassocieerd is met de beweging van deeltjes in vacuum. Deze verklaren de gasdruk door botsing van de deeltjes tegen de wand van het vat. Het grote voordeel van deze laatste theorieën is dat zij een groot aantal verschijnselen kunnen verklaren zonder aanname van een aethermedium dat steeds vreemder en tegenstrijdiger eigenschappen moest krijgen naarmate de theorie op meer verschijnselen werd toegepast. Vooral door Maxwell, later door Boltzmann, is de kinetische theorie ontwikkeld tot een instrument dat vele eigenschappen van het ideale¹⁴ gas uitstekend kon beschrijven.

Energetici tenslotte, zoals Ostwald en Duhem, verzetten zich tegen elke gedetailleerde voorstelling aangaande de samenstelling van de materie. Zij stonden een meer fenomenologische beschrijving voor van fysische processen, naar het model van de thermodynamica. Hierin komen alleen macroscopische grootheden – met name energie – voor. Er worden geen "zinloze" metafysische aannamen gedaan over het bestaan van niet-waarneembare atomen. Deze met Machs positivisme verwante

stroming had vooral tegen het eind van de 19^e eeuw aanhang, maar is wat op de achtergrond geraakt, toen aan het begin van de 20^e eeuw effecten van individuele atomen konden worden waargenomen. Met name Perrins experimenten over de Brownse beweging hebben hiertoe bijgedragen. Deze overtuigden zelfs Mach van het werkelijke bestaan van atomen: een metafysica was fysica geworden.

Aan het slot van zijn rede¹³ bij de aanvaarding van de Nobelprijs zegt Van der Waals dat hij in al zijn studies volledig overtuigd was van de realiteit van moleculen, dat hij ze nooit heeft beschouwd als een product van verbeelding, noch als louter krachtcentra, maar als werkelijk bestaande lichamen. Daarmee schaart hij zich in feite onder de aanhangers van de kinetische gastheorie. Tegelijkertijd echter is Van der Waals ervan overtuigd dat moleculen elkaar onderling kunnen aantrekken wanneer ze elkaar zeer dicht naderen. Zo'n aantrekkingskracht past slecht in een theorie die juist was ontworpen om te ontkomen aan het probleem van door een aether overgebrachte krachten. Het accepteren van de veronderstelling van het bestaan van zulke krachten moet Van der Waals in de ogen van de positivisten hebben bestempeld tot een metafysicus in het kwadraat: niet alleen gaat hij uit van het bestaan van atomen, maar hij kent daaraan ook nog een metafysische kracht toe. Inderdaad kan aan Van der Waals' aannamen een zekere vermetelheid niet worden ontzegd!

Sommige commentatoren^{14, 15} bediscussiëren de vraag in hoeverre de laatstgenoemde aanname van Van der Waals te beschouwen is als een ad hoc-aanname, bedoeld om de term a/V^2 in zijn toestandsvergelijking te leveren. Er zijn twee redenen om deze vraag aan de orde te stellen. In de eerste plaats waren daar¹² de in 1869 gepubliceerde metingen van Thomas Andrews aan CO₂ waaruit de afwijkingen van de isothermen van de ideale gaswet duidelijk bleken. In de tweede plaats waren deze isothermen reeds in 1862 door James Thomson beschreven door een soort derde-gradskrommen¹⁶; zij het dat Thomson hiervoor geen enkele theoretische argumentatie kon geven. Volgens Rowlinson¹⁷ moet Van der Waals hiervan op de hoogte geweest zijn, want de titel van zijn proefschrift is een letterlijke vertaling van de titel van de lezing¹⁸ waarin Andrews zijn resultaten wereldkundig maakte. Zou Van der Waals de aantrekkende krachten tussen de atomen enkel en alleen hebben gepostuleerd met het doel een theoretische argumentatie te geven voor de beschrijving van isothermen door middel van derde-gradskrommen, dan zou men met recht van een ad hoc-hypothese kunnen spreken, zeker wanneer deze hypothese geen andere experimenteel verifieerbare consequenties zou hebben.

Een analogie.

Er bestaat ten aanzien van de vraag aangaande het ad hoc-karakter een verrassende overeenkomst tussen Van der Waals' aanname van aantrekkende moleculaire krachten en Einsteins hypothese van een waarnemer-onafhankelijke lichtsnelheid die in 1905 heeft geleid tot de Speciale Relativiteitstheorie, het prototype van de revolutionaire theorie. Ook in het geval van Einstein waren er voorlopers (Lorentz en Poincaré) die

volgens sommigen (met name Whittaker¹⁹) de theorie al zover hadden ontwikkeld dat niet Einstein maar zij beschouwd moeten worden als de ontwerpers van de Speciale Relativiteitstheorie. Ook bij Einstein speelde een experiment – het Michelson-Morley experiment – een belangrijke rol bij de vraag in hoeverre de hypothese van de waarnemer-onafhankelijke lichtsnelheid speciaal is ingevoerd om de resultaten van dit experiment te verklaren, en in hoeverre deze hypothese daarom moet worden beschouwd als ad hoc^{20, 21}. Het moet uitgesloten worden geacht²² dat Einstein niet op de hoogte was van het Michelson-Morley experiment dat opgezet was om de invloed aan te tonen van de beweging ten opzichte van de aether. Einstein zelf heeft echter altijd volgehouden dat dit feit – zo hij er al van op de hoogte was – geen belangrijke invloed heeft uitgeoefend op zijn denken. Ook zonder dit experiment zouden zijn rotsvaste overtuiging omtrent het niet bestaan van absolute beweging en de noodzaak om de electrodynamicica daarmee in overeenstemming te brengen hebben geleid tot de bewuste hypothese.

De argumenten die pleiten voor het fundamentele karakter van Einsteins hypothese kunnen vrijwel ongewijzigd worden toegepast op Van der Waals' aannamen van aantrekkende moleculaire krachten. De experimenten van Andrews hebben in het denken van Van der Waals hoegenaamd geen rol gespeeld¹⁶. Zijn uitgangspunt was veel algemener, namelijk (i) het idee van de atomaire samenstelling van de materie, (ii) de overtuiging dat deze voor vloeistoffen niet wezenlijke verschillen van die voor gassen (continuïteit!), (iii) de verwachting dat krachten die in de vloeistoffase moeten worden geïntroduceerd om bepaalde experimentele verschijnselen te kunnen verklaren (capillariteit) zich ook in de gasfase zullen manifesteren. Het is het universele karakter van deze aannamen, dat deze verdoet uitstijgen boven ad hoc hypothesen. Deze universaliteit manifesteert zich bij uitstek in Van der Waals' wet van de corresponderende toestanden, waarin de toestandsvergelijking geschreven wordt in termen van de gereduceerde druk π , het gereduceerde volume Φ en de gereduceerde temperatuur τ volgens:

$$(\pi + 3/\Phi^2)(\Phi - 1/3) = 8\tau/3$$

Hieruit zijn de constanten a en b verdwenen die de specifieke eigenschappen van een bepaald gas representeren. Dit illustreert de hierboven geciteerde opmerking van Dewar omtrent de invloed die deze wet heeft uitgeoefend bij de uitbreiding van het onderzoek van de materie naar nieuwe nog niet geëxploreerde gebieden.

Ik wil hier nog een laatste punt van overeenkomst noemen tussen de theorieën van Van der Waals en Einstein. Ook dit punt heeft te maken met de algemeenheid van de aannamen. In geen van beide gevallen wordt een gedetailleerd model geconstrueerd, noch van de precieze aard en vorm der moleculaire krachten, noch van het verschijnsel licht. De aannamen worden niet verder "aannemelijk" gemaakt. Men zou kunnen zeggen dat het metafysische beperkt wordt tot het hoogstnoodzakelijke. Achteraf is dat maar goed ook, want, zoals we nu weten, zijn noch atomen noch licht te begrijpen in termen van de 19^e eeuwse modellen, zodat zo'n poging waarschijnlijk op een fiasco zou zijn uitgelopen. Dat neemt echter niet weg dat geen van beide theorieën louter

over waarneembare grootheden gaat, zoals een positivistische wetenschapsopvatting graag zou willen. Alle bestaande fundamentele fysische theorieën bevatten elementen die niet gebaseerd zijn op waarneming. Voor Einstein waren theorieën in eerste instantie vrije scheppingen van de menselijke geest, weliswaar opgesteld naar aanleiding van de verschijnselen, maar zeker niet daaruit deduceerbaar. De theorie van Van der Waals voldoet geheel aan dit criterium. Zowel van de relativiteitstheorie als van de theorie van Van der Waals kan worden gezegd dat ze een juiste mate van "diep metafysische" vooronderstellingen bevatten. Enerzijds zijn het geen triviale samenvattingen van voorhanden empirische informatie, maar hebben ze voldoende inhoud om de toegang te openen tot fundamenteel nieuwe gebieden van de fysica. Anderzijds verliezen de theorieën zich niet in een oncontroleerbare detaillering van een geconstrueerde werkelijkheid, waardoor ze geen van beide het contact met de experimentele realiteit verloren hebben, maar integendeel een belangrijke rol hebben gespeeld bij het richting geven aan experimenteel fysisch onderzoek.

De analogie die hier is besproken, is misschien niet helemaal toevallig. Beide theorieën hebben – in de zin van Kuhn – een duidelijk revolutionair karakter. Net zo min als in het maatschappelijk leven, zijn in de wetenschap revolutionaire theorieën bij definitie succesvol. Dat laatste zal pas het geval zijn als de theorie in voldoende mate wordt gedragen door de experimentele werkelijkheid. Pas als hieraan is voldaan, zal de revolutie kunnen doorzetten. Voldoet de theorie niet aan deze voorwaarde, dan zal hij nooit voldoende aanhang verwerven om een revolutionaire doorbraak te kunnen bewerkstelligen, en zal hij geleidelijk in de vergetelheid geraken. Dat laatste is met geen van beide theorieën gebeurd, omdat ze beide toepasbaar bleken te zijn op een stuk experimentele werkelijkheid waarvan de omvang juist dankzij de theorie kon worden uitgebreid.

Het is waarschijnlijk niet te gewaagd om te stellen: geen succesvolle revolutionaire theorie zonder een zich uitbreidend toepassingsgebied dat op den duur ook technologische toepassingen kan omvatten. Daarmee hebben we echter slechts één aspect te pakken. Van minstens evenveel belang is in sommige gevallen het inzicht dat de werkelijkheid moet worden beschreven in termen van fundamenteel andere begrippen dan de tot dan toe gebruikelijke. Daarom óók: geen succesvolle revolutionaire theorie zonder fundamenteel nieuwe begrippen. Voorzover deze begrippen betrekking hebben op het microscopische domein van de fysica, kunnen ze hoogstens op een *indirecte* manier gerelateerd worden aan de experimentele werkelijkheid. Daarom heeft elke revolutionaire theorie in dit domein een essentiële metafysische component, die hoogstens *achteraf gerechtvaardigd* kan worden door de vergelijking van de experimentele uitkomsten met de voorspellingen van de theorie.

Onder invloed van het (logisch) positivisme van de laatste honderd jaar is de metafysische component van de fysica enigszins in discrediet geraakt, en de nadruk nogal eenzijdig komen te liggen op de overeenstemming met het experiment. Vooral door het werk van Kuhn is deze tendens doorbroken. Wetenschappelijke revoluties zijn niet "logisch" uit de "feiten" te deduceren. De speciale relativiteitstheorie zowel als het hier besproken werk van van der Waals leveren illustraties van deze stelling op.

Voetnoten en Literatuur

- ¹ Verkenningcommissie natuurkundig onderzoek. 1984. *Natuurkunde in Nederland*. Staatsdrukkerij, 1984. 9-10.
- ² A.J. Kox. "Johannes D. van der Waals (1837-1923)", A.J. Kox en M. Chamalaun (red.), in *Van Stevin tot Lorentz. Portretten van Nederlandse natuurwetenschappers*. Amsterdam, (1980, 149-162).
- ³ J. de Boer. "Van der Waals in his time and the present revival", in: *Physica*, 1974 (73), 1-27.
- ⁴ Zie het artikel van H. Gijssman elders in deze bundel.
- ⁵ J.C. Maxwell. "Van der Waals on the continuity of the gaseous and liquid states", in: *Nature*, 1874 (10), 477-480.
- ⁶ G.C. Gerrits. "Johannes Diderik van der Waals", in: T.P. Sevensma (red.), *Nederlandsche Helden der Wetenschap*. Amsterdam, (1946, 125-165).
- ⁷ H. Poincaré, rapport van aanbeveling voor de Nobelprijs, gepubliceerd in: *C.R.*, 1923 (176), 793 (zie P. Zeeman, "In memoriam J.D. van der Waals, sr.", in: *Physica*, 1923 (3), 101-113).
- ⁸ G.C. Gerrits. *Grote Nederlanders bij de opbouw der natuurwetenschappen*. Leiden, 1948, 275-315.
- ⁹ *Physica*, 1937 (IV), 913-1180: "Proceedings of the Van der Waals Centennial Conference on Statistical Mechanics", in: *Physica*, 1974 (73), 1-257.
- ¹⁰ T.S. Kuhn, *The structure of scientific revolutions*, Chicago, 1962.
- ¹¹ L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Statistical Physics*, Pergamon Press, 1968, 224.
- ¹² S.G. Brush, *The kind of motion we call heat*. Amsterdam, 1976.
- ¹³ Het begrip "lange dracht" is hier gebruikt in zijn moderne betekenis van "reikwijdte veel groter dan de atoomdiameter". Teneinde condensatie te kunnen verklaren werden ook "korte-dracht aantrekkende" krachten tussen de atomen aangenomen (cf. ref. 12, 393)
- ¹⁴ Uiteraard ook van niet-ideale gassen in die omstandigheden waarin de onderlinge aantrekkingskracht tussen de moleculen kan worden verwaarloosd.
- ¹⁵ J.D. van der Waals. "The equation of state for gases and liquids", in: *Nobel Lectures in Physics 1901-1921*, Amsterdam, 1967, 254-265 (geciteerd in ref. 16).
- ¹⁶ M.J. Klein, "The historical origins of the van der Waals equation", in: *Physica*, 1974 (73), 28-47.
- ¹⁷ J.S. Rowlinson. "Legacy of van der Waals", in: *Nature*, 1973 (244), 414-417.
- ¹⁸ T. Andrews. "On the continuity of the gaseous and liquid states of matter", in: *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1869 (159), 575-590.
- ¹⁹ E. Whittaker, *A history of the theories of aether and electricity*, New York, 1953, 1973.
- ²⁰ E. Zahar, "Why did Einstein's programme supersede Lorentz's?", in: *Brit. Journ. Phil. Science*, 1973 (24), 95-123, 223-262.
- ²¹ G. Holton, *Thematic origins of scientific thought*, Harvard University Press, 1973, 165 f.f..
- ²² A. Pais, *Subtle is the Lord*. Oxford University Press, 1982, 172.