

Quantummechanica en (niet-)lokaliteit

Willem M. de Muynck

Theoretische Natuurkunde, Technische Universiteit Eindhoven,

e-mail: W.M.d.Muynck@tue.nl,

Homepage: <http://www.phys.tue.nl/ktn/Wim/muynck.htm>

februari 2006

1 Lokale commutativiteit

Toen ik, ter voorbereiding van mijn proefschrift [1] (zie ook [2]), begon met de bestudering van het lokaliteitsprobleem in de quantummechanica was het mijn bedoeling aan te tonen dat de quantummechanica een lokaal-causale theorie¹ is. Er was alle aanleiding om dit te geloven, want het probleem van de gezamenlijke meting van observabelen (coïncidentie-meting) in causaal gescheiden gebieden leek slechts een speciaal geval te zijn van de gezamenlijke meting van *compatibele* observabelen (corresponderend met *commuterende* hermitische operatoren). Voor zulke metingen geldt dat de marginales $p_{A_1 A_2}(a_1) := \sum_{a_2} p_{A_1 A_2}(a_1, a_2)$ en $p_{A_1 A_2}(a_2) := \sum_{a_1} p_{A_1 A_2}(a_1, a_2)$ van de gezamenlijke kansverdeling $p_{A_1 A_2}(a_1, a_2)$ (waarin $A_i, i = 1, 2$ compatibele observabelen zijn met eigenwaarden aangeduid door resp. a_1 en a_2 ; er is in de notatie rekening gehouden met de mogelijkheid dat de kansverdelingen ook kunnen afhangen van de meetopstelling) voldoen aan

$$[A_1, A_2]_- = O \rightarrow \begin{cases} p_{A_1 A_2}(a_1) = p_{A_1}(a_1), \\ p_{A_1 A_2}(a_2) = p_{A_2}(a_2). \end{cases} \quad (1)$$

Gelijktijdige meting, waarin A_1 en A_2 betrekking hebben op hetzelfde tijdstip, is hiervan een speciaal geval. Toegepast op lokale observabelen, gemeten in causaal gescheiden gebieden 1 en 2, geldt de commutativiteit van A_1 en A_2 op grond van het postulaat van *lokale commutativiteit*. Dit postulaat impliceert niet alleen dat de kansverdeling in het ene gebied niet afhangt van de meetopstelling in het andere gebied (dit wordt wel parameter-onafhankelijkheid genoemd), maar ook onafhankelijkheid van de in het andere gebied verkregen meetuitkomsten (uitkomst-onafhankelijkheid, niet te verwarren met statistische onafhankelijkheid). Voor lokale observabelen, gemeten in causaal gescheiden gebieden, kunnen de relaties (1) worden opgevat als lokaliteitscondities

$$\begin{aligned} p_{A_1 A_2}(a_1) &= p_{A_1 B_2}(a_1) = p_{A_1}(a_1), \\ p_{A_1 A_2}(a_2) &= p_{B_1 A_2}(a_2) = p_{A_2}(a_2), \end{aligned} \quad (2)$$

¹Enigszins slordig wordt dit vaak afgekort tot 'lokale theorie'.

waar B_1 een andere lokale observabele is in gebied 1, die niet met A_1 hoeft te commuteren (en analoog voor A_2 en B_2).

Er was –en is– geen *empirische* reden om te twijfelen aan de geldigheid van de relaties (1) en (2). Daarom was het in eerste instantie nogal onverwacht dat mijn pogingen om deze relaties te bewijzen door rekening te houden met de invloed van het meetproces, bleken te falen. Bijvoorbeeld in het geval van de quantumelektrodynamica bleken vacuumfluctuatietermen (empirisch relevant, want verantwoordelijk voor de Lamb-verschuiving) aanleiding te kunnen geven tot afwijkingen van (1) en (2). Soortgelijke afwijkingen waren reeds eerder geconstateerd door Ruijsenaars en Hegerfeldt [3, 4], die tevens aantoonde dat deze afwijkingen onder normale laboratoriumcondities onwaarneembaar klein zijn. Dit betekent dat voor *praktische* doeleinden de quantummechanica wel kan worden beschouwd als lokaal, maar dat er toch een fundamenteel lokaliteitsprobleem zou kunnen bestaan, dat zich slechts voordoet bij extreem nauwkeurige meting.

Het is belangrijk hier op te merken dat wat is aangetoond, is dat de quantummechanica een niet-lokale theorie is, *niet* dat de werkelijkheid niet-lokaal zou zijn (in de zin dat *experimenteel* niet voldaan zou zijn aan (1) en (2)). Terugkomend op het voorbeeld van de vacuumfluctuatietermen in de quantumelektrodynamica, valt het op dat het ook eigenlijk helemaal niet te verwachten is dat deze laatste theorie een lokaal karakter heeft. Immers, een elektron is in deze theorie geen puntmassa; de vacuumfluctuaties zijn een intrinsiek onderdeel van het “aangeklede” fysische elektron, dat zich in essentie over de hele ruimte uitstrekt. De quantumelektrodynamica lijkt daarom helemaal niet in staat om “echt” lokale processen (zo die bestaan) te beschrijven.

De overeenkomst met de klassieke theorie van starre lichamen dringt zich hier aan ons op: ook dit is een niet-lokale theorie, want in een star lichaam heeft een verstoring volgens deze theorie een oneindig grote voortplantingssnelheid. Uiteraard hoeft dit niet te betekenen dat zulke voortplantingssnelheden ook in werkelijkheid bestaan: “echt” starre lichamen bestaan waarschijnlijk niet in werkelijkheid. Het betekent slechts dat de theorie van starre lichamen een te grove benadering is van de werkelijkheid om relevant te zijn voor de interne dynamica van een “star” lichaam, zoals bijvoorbeeld een biljartbal. Het is niet uitgesloten dat iets dergelijks ook geldt voor de quantumelektrodynamica, of zelfs voor de quantummechanica in het algemeen. Misschien is de quantummechanica geen complete theorie in de zin dat deze een exacte beschrijving geeft van de werkelijkheid, maar geeft ze slechts een beschrijving van de werkelijkheid die geldig is voor zover voldaan is aan bepaalde experimentele restricties (analoog aan de restrictie op de meetnauwkeurigheid, die toelaat dat de klassieke theorie van starre lichamen wordt toegepast op een biljartbal, waarvan de voorzijde in werkelijkheid *niet* instantaan in beweging komt wanneer hij aan de achterzijde wordt aangestoten (al zal een biljarter daar niets van merken)). Misschien is de hierboven besproken niet-lokaliteit van de quantummechanica eerder

een eigenaardigheid van het mathematische formalisme van deze theorie dan een kenmerk van de fysische werkelijkheid.

2 Fysische en metafysische niet-lokaliteit

Het niet-lokaliteitsprobleem, voortkomend uit EPR en Bell, is niet hetzelfde als wat in par. 1 is besproken. Waar het daar ging om *afwijkingen* van de lokaliteitscondities (2), zijn deze condities nu juist het uitgangspunt. Wanneer er dan tóch sprake is van niet-lokaliteit, gaat het kennelijk om iets dat wordt geacht samen te kunnen gaan met deze condities: het is een niet-lokaliteit die (2) intact laat. De tegenstelling is nu: lokaliteit op het statistische niveau van de kansverdelingen (uitgedrukt door (2)) versus niet-lokaliteit op het niveau van het individuele object. Het feit dat alleen de kansverdelingen, en niet de individuele meetuitkomsten, voor empirische toetsing open staan, stempelt de hier bedoelde versie van het niet-lokaliteitsprobleem wel tot een nogal metafysische aangelegenheid: er is op het (empirische) niveau van de kansverdelingen niets van die niet-lokaliteit te merken. Als er al sprake is van niet-lokaliteit, dan kan dit slechts betekenen dat de individuele meetuitkomsten in een lange reeks van metingen (ensemble) erdoor een andere *volgorde* kunnen krijgen; de relatieve frequenties blijven onveranderd. Ter onderscheiding van niet-lokaliteit op het niveau van de relatieve frequenties (in de vorm van schending van (2)) wordt deze soort van niet-lokaliteit vaak aangeduid met zulke exotische termen als ‘passion-at-a-distance’ (in plaats van ‘action-at-a-distance’) [5], ‘nonseparabiliteit’ [6] of ‘peaceful coexistence’ [7]. Voor een empirist is het feit dat deze niet-lokaliteit zich verbergt op het statistische niveau van de quantummechanica reden genoeg om deze met enige reserve te benaderen.

We bespreken nu hoe het mogelijk is geweest dat er dan toch voor veel fysici een niet-lokaliteitsprobleem is ontstaan. Voor de EPR- en Bell-problematiek is dit verschillend. Onze conclusie zal in beide gevallen weer zijn dat het zeer de vraag is of deze niet-lokaliteit iets met de fysische werkelijkheid te maken heeft; het niet-lokaliteitsprobleem lijkt eerder een eigenaardigheid van de theorie (interpretatie van de quantummechanica bij EPR, resp. verborgen-variabelentheorie bij Bell). Een belangrijke reden voor een kritisch onderzoek van deze problematiek is het metafysische karakter van de niet-lokaliteit, dat veel overeenkomst vertoont met dat van de wereldether die door Einstein om deze reden in 1905 uit de fysica is uitgebannen. Het zal dan ook zeker geen toeval zijn dat het juist Einstein is geweest die het niet-lokaliteitsaspect als eerste heeft aangevoerd bij zijn kritiek op de Kopenhaagse interpretatie van de quantummechanica, uitgeoefend aan de hand van het welbekende Einstein-Podolsky-Rosen (EPR)-experiment, en die (overigens op niet geheel overtuigende wijze) heeft laten zien dat er geen sprake van niet-lokaliteit hoeft te zijn.

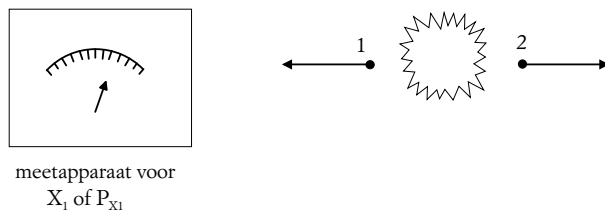
3 (Niet-)lokaliteit en het EPR-experiment

Laten we ons, teneinde dit nader te bekijken, allereerst in herinnering brengen wat de aanleiding tot het EPR-artikel [8] is geweest. Dat is het Kopenhaagse idee dat de quantummechanica compleet is, in de zin dat het onmogelijk is een nog gedetailleerder beschrijving van de werkelijkheid te geven. In het bijzonder werd het onmogelijk geacht de quantummechanische beschrijving te completeren door middel van de aanname dat plaats en impuls voor ieder deeltje tegelijkertijd welbepaalde waarden hebben, die echter bij herhaalde meting zodanige spreiding vertonen dat is voldaan aan de onzekerheidsrelaties van Heisenberg². Einstein had zich tot doel gesteld aan te tonen dat zo'n *statistische* interpretatie van de onzekerheidsrelaties wel degelijk mogelijk is, en dat de quantummechanica daarom niet compleet is.

Aan het EPR-experiment ging een langdurige discussie tussen Bohr en Einstein vooraf, waarbij Einstein probeerde metingen te verzinnen waarmee de onzekerheidsrelaties van Heisenberg konden worden geschonden. Maar Bohr kon steeds laten zien dat er sprake was van een *meetverstoring* die Einstein's pogingen dwarsboomde. Deze meetverstoring was volgens Bohr geen toevalligheid, maar een essentiël gevolg van het feit dat de constante van Planck ongelijk nul is. De meetverstoring was volgens hem niet te elimineren. Hierdoor zou het ook niet meer mogelijk zijn een duidelijk onderscheid te maken tussen object en meetapparaat. Een andere manier om dit uit te drukken, is Bohr's idee dat een quantummechanische observabele slechts welgedefinieerd is als de betreffende observabele daadwerkelijk wordt gemeten: het is een *contextuele* eigenschap. De quantummechanica is in Bohr's visie een theorie die het microscopische object niet beschrijft zoals het onafhankelijk van enige meting is, maar zoals het is *in de context van de meetopstelling*. Deze formulering staat aan de basis van het Kopenhaagse idee dat zo'n object voorafgaand aan de meting geen eigenschappen heeft, maar de met de meetopstelling corresponderende eigenschap *verwerft* op het moment van de meting (cf. Jordan [11]).

Voor Einstein was dit onacceptabel. Het idee dat een deeltje onmiddellijk voorafgaand aan de meting zich niet ter plaatse van de detector zou hebben bevonden, maar daarin door de meting a.h.w. wordt gematerialiseerd, moet tegen zijn opvatting van causaliteit zijn ingegaan. Volgens hem was het doel van de fysica het geven van een beschrijving van de *objectieve* fysische werkelijkheid, zoals deze is, onafhankelijk van enige interactie met een meetinstrument. Het EPR-experiment moet worden gezien als een ultieme poging van Einstein om iets te zeggen over de objectieve werkelijkheid en onder Bohr's hierboven vermelde meetverstoringargument

²Om de discussie enigszins te beperken gaan we hier voorbij aan de twijfelachtige rol die aan de onzekerheidsrelaties van Heisenberg werd toegedacht bij de mathematische beschrijving van het idee van *complementariteit* in de zin van wederzijdse verstoring bij gezamenlijke meting van incompatibele observabelen ten gevolge van elkaar uitsluitende meetopstellingen (zie hiervoor bijvoorbeeld de Muynck [9, 10]; ook: <http://www.phys.tue.nl/ktn/Wim/muynck.htm>).



Figuur 1: *Het EPR-experiment.*

uit te komen. Het experiment is zodanig geconstrueerd dat het een observabele lijkt te kunnen meten *zonder dat er interactie is tussen object en meetapparaat*. Daarmee zou Bohr's belangrijkste wapen hem uit handen zijn geslagen.

De manier waarop Einstein dit probeerde te verwezenlijken in het EPR-experiment is als volgt (cf. figuur 1): meet aan een deeltjespaar een observabele van deeltje 1 (bijvoorbeeld de plaats X_1); kies de quantummechanische toestand van het deeltjespaar zodanig dat de meetuitkomsten x_1 van deze observabele strikt gecorreleerd zijn met de meetuitkomsten x_2 van de corresponderende observabele X_2 van deeltje 2; zorg ervoor dat voldaan is aan de *lokaliteitsconditie* dat op het moment van meting (van X_1) deeltje 2 ver verwijderd is van deeltje 1, zodat er geen interactie is tussen het meetapparaat en deeltje 2. We krijgen dan volgens Einstein informatie over de individuele waarde x_2 van de plaats van deeltje 2 *zonder dat dit laatste deeltje wordt verstoord door de meting aan deeltje 1*. Voor Einstein was het feit dat een naderhand uitgevoerde meting van X_2 ook inderdaad met zekerheid de waarde x_2 van deze observabele oplevert die kan worden voorspeld op basis van de meetuitkomst x_1 van de eerder gemeten observabele X_1 , aanleiding om deze informatie te beschouwen als betrekking hebbend op een *objectieve* eigenschap van deeltje 2 (het roemruchte *element van fysische realiteit*).

De toestand van het twee-deeltjessysteem kan zodanig worden gekozen dat niet alleen de plaats-observabelen, maar ook de impuls-observabelen van de deeltjes strikt zijn gecorreleerd. Wanneer we op analoge wijze de impuls P_{X_1} van deeltje 1 zouden meten (in plaats van de plaats-observabele X_1), dan zouden we een (eveneens objectieve) waarde p_{X_2} van de impuls van deeltje 2 vinden. Omdat er geen informatie wordt overgebracht naar deeltje 2 omtrent welke observabele aan deeltje 1 wordt gemeten, kunnen we volgens Einstein *welbepaalde* (hoewel deels onbekende) waarden van zowel de plaats als de impuls aan een individueel deeltje 2 toekennen als objectieve eigenschappen die het deeltje reeds voorafgaand aan de meting bezat. Dus moet de quantummechanica incompleet zijn. Dit is, ontgaan van alle toeters en bellen, de boodschap van het EPR-artikel.

Bohr's antwoord [12] op EPR ging helaas nauwelijks in op de lokaliteitsconditie. Het was eigenlijk slechts een herhaling van zijn reacties op eerdere pogingen van Einstein: volgens Bohr zag Einstein over het hoofd dat er ook nu sprake was van

elkaar wederzijds uitsluitende meetopstellingen (namelijk die voor de meting van de plaats X_1 dan wel de impuls P_{X_1} van deeltje 1). Daarmee was voor Bohr de kous min of meer af. Zo niet voor Einstein [13], die inzag dat Bohr, teneinde de compleetheid van de quantummechanica op deze manier te redden, moest aannemen dat de meetinteractie dan een *niet-lokaal* karakter moet hebben, daar het in de EPR-redenering immers ging om welbepaalde waarden van plaats en impuls van deeltje 2 (dus *niet* van deeltje 1). Toepassing van Bohr's idee dat de meetcontext van belang is voor het definiëren van een observabele van deeltje 2 (en om dát deeltje ging het Einstein), vereist dat de meetcontext voor de meting aan deeltje 1 ook als zodanig van toepassing is op deeltje 2. Dit laatste deeltje was echter door Einstein zorgvuldig buiten de sfeer van de meetinteractie gehouden (ervan uitgaande dat deze interactie een lokaal karakter heeft).

Daarmee werd het niet-lokaliteitsprobleem geboren. Einstein zelf meende dat het niet-lokaliteitsprobleem zich niet voordeed als men aannam dat, net als in de klassieke mechanica, de deeltjes al voorafgaand aan de meting welbepaalde waarden van plaats en impuls hadden, en als de quantummechanica werd gezien als een statistische beschrijving van een *ensemble* (in plaats van de Kopenhaagse probabilistische beschrijving van een individueel deeltje). De betekenis van het EPR-probleem kon volgens Einstein [13] worden samengevat door de keuzemogelijkheid: ‘incompleteheid van de quantummechanica’ óf ‘niet-lokaliteit’. Men kon met Bohr uitgaan van ‘compleetheid van de quantummechanica’, maar dan was men gedwongen tot het accepteren van ‘niet-lokaliteit’; óf men kon uitgaan van ‘lokaliteit’, in welk geval men ‘incompleteheid van de quantummechanica’ moest aannemen. Beide opties zouden open zijn, maar Einstein prefereerde uiteraard de tweede optie, omdat hij daarmee de “spooky actions at a distance” kon vermijden.

Door de fysische gemeenschap werd algemeen Einstein's keuze verworpen. Dat is waarschijnlijk voor een belangrijk deel het gevolg van de grote invloed van de belangrijkste filosofische stroming van dat moment, het logisch empirisme, waardoor er veel kritiek was op het metafysische karakter van Einstein's objectivistisch-realistische interpretatie van de quantummechanische observabelen³. Ook had Bohr ten gevolge van zijn nadruk op de meting de empiristische wind mee (overigens ten onrechte, want Bohr's interpretatie van quantummechanische observabelen was, vanwege de niet-lokaliteit, nauwelijks minder metafysisch dan Einstein's interpretatie). Zonder de door het empirisme aangewakkerde angst voor metafysica zou, als gevolg van de grote overeenkomst van Einstein's opvatting met de vertrouwde klassieke mechanica, vóór 1967 diens keuze voor menig fysicus mogelijk aantrekkelijker zijn geweest dan die van Bohr. Het EPR-experiment kon immers worden gezien als een selectie van

³Deze interpretatie wordt wel aangeduid in termen van ‘de quantummechanica als verborgen-variabelentheorie’, waarin de observabelen de rol van verborgen variabelen spelen. Ook een door von Neumann [14] gegeven “bewijs” dat verborgen-variabelentheorieën niet mogelijk zouden zijn, had, ten gevolge van diens grote autoriteit, veel invloed. Dit “bewijs” bleek overigens later niet te deugen.

deelensembles van deeltjes 2 op basis van meetuitkomsten die werden verkregen met behulp van (herhaalde) metingen aan identiek geprepareerde copieën van deeltje 1. Daar is ook niets niet-lokaals aan, want om de selectie van een deeltje 2 te kunnen uitvoeren, is informatie nodig omtrent het meetresultaat van het corresponderende deeltje 1, en deze informatie kan op klassieke, lokaal/causale wijze overgestuurd worden.

Daarentegen impliceerde Bohr's contextualistische interpretatie dat die informatie *instantaan* werd overgebracht (vergelijk Jordan's hierboven vermelde opvatting). Het niet-lokaliteitsprobleem speelde in deze tijd in de discussie echter nauwelijks een rol, mogelijk ook doordat het door Bohr werd toegedekt met behulp van één van zijn meest ondoorgroondelijke uitspraken [12]: "Of course there is [...] no question of a mechanical disturbance of the system [i.e. deeltje 2, WMdM] under investigation during the last critical stage of the measuring procedure [i.e. terwijl deeltje 1 wisselwerkt met het meetapparaat en de deeltjes dus ver van elkaar verwijderd zijn, WMdM]. But even at this stage there is essentially the question of *an influence on the very conditions which define the possible types of predictions regarding the future behavior of the system* [cursivering in het origineel, WMdM]." Een verwerping van Bohr's antwoord aan EPR op basis van het metafysische karakter van de niet-lokaliteit zou misschien zelfs meer in de empiristische rede hebben gelegen dan een verwerping van Einstein's metafysica.

De keuze *tegen* Einstein's interpretatie werd eigenlijk pas in 1967 op wiskundige wijze gerechtvaardigd door het theorema van Kochen en Specker [15], dat aantoonde dat het niet mogelijk is dat alle quantummechanische observabelen *onafhankelijk van de meting* tegelijkertijd welbepaalde waarden hebben⁴. Dit theorema heeft niets te maken met (niet-)lokaliteit (het geldt met name ook als alle observabelen betrekking hebben op één en hetzelfde deeltje), maar is het gevolg van de typische tegenstelling die er bestaat tussen het klassieke idee dat alle fysische grootheden compatibel zijn, en de quantummechanische Hilbertruimtestructuur. De discussie tussen Bohr en Einstein ging over de oorzaak van *incompatibiliteit* van observabelen, waarbij Bohr de invloed van de meting van doorslaggevend belang achtte. Zoals te verwachten was, is het verschil tussen klassieke mechanica en quantummechanica gelegen in het bestaan van *incompatibele* observabelen, en de vraag of deze gelijktijdig welbepaalde waarden kunnen hebben. Hoe graag we, mét Einstein, ook zouden willen dat de quantummechanica een *objectieve* werkelijkheid beschrijft, Bohr's *contextualisme* lijkt toch de meest voor de hand liggende verklaring te geven van die quantummechanische incompatibiliteit. Inderdaad mogen we niet vergeten dat *alle* empirische

⁴Later zijn aanzienlijk eenvoudiger bewijzen gegeven door Greenberger, Horne, Shimony en Zeilinger [16], Mermin [17, 18, 19] en Peres [20]. Overigens moet worden opgemerkt, dat dit theorema *niet* het niet-bestaan van enig 'element van fysische realiteit' aantoonde, maar slechts dat deze laatste niet door quantummechanische observabelen kunnen worden gerepresenteerd. Het laat onverlet de mogelijkheid van het bestaan van *niet*-quantummechanische 'elementen van fysische realiteit'.

kennis die we over de microscopische werkelijkheid hebben, is verkregen door middel van directe interactie met een meetapparaat.

In de context van het EPR-experiment wordt Bohr's contextualisme vaak opgevat in de hierboven door Einstein afgewezen *niet*-lokale zin. Het is echter niet goed in te zien hoe niet-lokaliteit een rol zou kunnen spelen. Immers, *incompatibiliteit* is een typisch *lokale* aangelegenheid (volgens het postulaat van lokale commutativiteit kunnen alleen observabelen incompatibel zijn, die behoren tot causaal *verbonden* gebieden). Vandaar dat incompatibiliteit wordt geassocieerd met de mogelijkheid van onderlinge beïnvloeding bij gezamenlijke meting. Het door EPR geïnduceerde niet-lokaliteitsprobleem lijkt echter te maken te hebben met onderlinge beïnvloeding bij gezamenlijke meting van *compatibele* observabelen. Dit is een tweede reden om dit niet-lokaliteitsprobleem met enig wantrouwen te benaderen. Het is jammer dat EPR, in plaats van de observabelen $X_1, P_{X_1}, X_2, P_{X_2}$, niet de observabelen $X_1, P_{X_1}, Y_1, P_{Y_1}$ hebben gekozen (d.w.z. met overeenkomstige commutatierelaties als de actueel gekozen observabelen, maar betrekking hebbend op één en hetzelfde deeltje). Dan zou de EPR-redenering geheel dezelfde kunnen zijn geweest, zonder dat er ooit sprake zou zijn geweest van enige niet-lokaliteit. In dat geval zou mogelijk reeds in 1935 de nadruk meer zijn komen te liggen op de door het Kochen-Specker-theorema benadrukte onmogelijkheid een quantummechanische observabele te zien als een *objectieve* eigenschap van een microscopisch object.

We zouden dus EPR kunnen verwijten het (niet-)lokaliteitsprobleem op een on-eigenlijke manier in de discussie te hebben geïntroduceerd, daarmee de aandacht afleidend van waar het hen echt om ging (namelijk, het gelijktijdige bestaan van 'elementen van fysische realiteit' voor zowel plaats als impuls van deeltje 2, die bepalend zouden zijn voor de meetuitkomsten van eventueel later uit te voeren quantummechanische metingen van deze grootheden). We zouden Bohr kunnen verwijten dat hij, door niet voldoende consequent vast te houden aan zijn contextualistische definitie van quantummechanische observabelen, heeft bijgedragen tot een misverstand waardoor het (niet-)lokaliteitsprobleem eigenlijk pas goed van de grond is gekomen. Immers, Bohr ging (met Einstein!) ervan uit dat de (niet-lokale) *correlaties* tussen de deeltjes-observabelen (namelijk die tussen X_1 en X_2 , en die tussen P_{X_1} en P_{X_2}) bestaan en welgedefinieerd zijn *zonder dat deze gemeten worden*: er wordt immers maar aan één van de twee deeltjes gemeten, en een correlatie-meting vereist meting aan *beide* deeltjes (zoals later het geval zal zijn bij experimenten ter toetsing van de Bell-ongelijkheden, cf. figuur 2). Dit betekent een inconsistentie in Bohr's antwoord op EPR. Een consistent antwoord van Bohr zou de EPR-redenering al op grond van de ongedefinieerdheid van de correlatie-observabelen in het EPR-experiment hebben moeten afwijzen. Dan zou ook het idee van niet-lokaliteit van de meetcontext nooit zijn opgekomen, want bij meting aan zowel deeltje 1 als deeltje 2 heeft elk van de deeltjes z'n eigen *lokale* meetcontext, en mogen de daarmee corresponderende *lokale* meetverstoringen (ten gevolge van de incompatibiliteit van X_1 en P_{X_1} , respectieve-

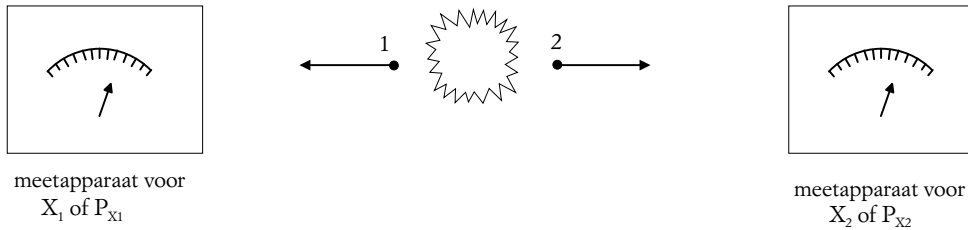
lijk X_2 en P_{X_2}) in staat worden geacht om de onzekerheidsrelaties van Heisenberg van kracht te doen zijn voor de deeltjes 1 en 2 afzonderlijk. Daarmee had Bohr de compleetheid van de quantummechanica op een volkomen *lokale* manier tegen de aanval van EPR kunnen verdedigen: niet de incompatibiliteit van X_1 en P_{X_1} is de oorzaak van het niet-gelijktijdig bestaan van welbepaalde waarden van X_2 en P_{X_2} , maar de incompatibiliteit van X_2 en P_{X_2} zélf is daarvoor verantwoordelijk.

Het is zelfs niet eens onmogelijk dat Bohr met zijn hierboven aangehaalde ondoorgrondelijke uitspraak zo iets ook heeft bedoeld. Als dit zo zou zijn, dan zou dit aanzienlijk meer recht hebben gedaan aan Bohr's algemeen erkende overwinning op Einstein in de EPR-discussie, dan de overwinning op basis van empiristische voorin genomenheid c.q. pragmatische onverschilligheid die hem in werkelijkheid ten deel viel. Nu treft Bohr echter het verwijt dat hij zich op een zodanig duistere manier heeft uitgedrukt, dat het wezenlijke verschil tussen experimenten als weergegeven in figuren 1 en 2 niet werd opgemerkt. Integendeel, de experimenten ter toetsing van de Bell-ongelijkheden worden nog steeds algemeen aangeduid als EPR-experimenten, hoewel ze juist fundamenteel van die laatste verschillen doordat bij Bell aan *beide* deeltjes wordt gemeten.

Onze slotconclusie voor wat betreft de EPR-episode kan dus zijn dat het niet-lokaliteitsidee van de quantummechanica op een nogal oneigenlijke manier is ontstaan door het misverstand dat Bohr zich, ondanks zijn voorzichtige contextualistische opstelling, toch heeft laten meeslepen door Einstein's objectivisme (hij zag over het hoofd dat 'correlatie' ook een observabele is, die alleen een welbepaalde waarde heeft als deze daadwerkelijk wordt gemeten). Ook ging Bohr ten onrechte mee met Einstein's voorstel om het EPR-experiment te interpreteren als een *meting* van een observabele van deeltje 2: er wordt aan deeltje 2 niet gemeten. Integendeel moet het EPR-experiment worden beschouwd als een (conditionele) *preparatie* van een deelensemble van deeltjes 2 in een toestand die mede wordt bepaald door selectie op basis van de meetuitkomsten verkregen door meting aan deeltje 1. Aan de conditioneel geprepareerde toestanden kan vervolgens een meting worden verricht van een willekeurige observabele van deeltje 2. De preoccupatie van de Kopenhaagse interpretatie met 'meten', onder verwaarlozing van 'prepareren', waardoor het EPR-experiment op één hoop wordt gegooid met de experimenten ter toetsing van de Bell-ongelijkheden, is nog steeds een niet onbelangrijke bron van misverstanden.

4 (Niet-)lokaliteit en de Bell-ongelijkheden

We gaan nu over naar de Bell-problematiek. Ook dit probleem start met de vraag of de quantummechanica compleet is. In tegenstelling tot EPR, waar het antwoord wordt gezocht binnen de quantummechanica, worden nu verborgen-variabelentheorieën in de beschouwing betrokken, die de bedoeling hebben een onderbouwing van de



Figuur 2: *Bell-experiment*.

quantummechanica te leveren vergelijkbaar met de onderbouwing van de thermodynamica door de statistische mechanica (cf. par. 5). Compleetheit van de quantummechanica komt overeen met de onmogelijkheid van zulke theorieën. Na een aantal decennia in het verdomhoekje te hebben gezeten op grond van hun metafysische karakter, leken verborgen-variabelentheorieën, ondanks het onmogelijkheidsbewijs van von Neumann [14], tóch mogelijk te zijn nadat Bohm [21] een formulering van de quantummechanica had gegeven die eruit zag als een verborgen-variabelentheorie. De formulering had echter een eigenaardigheid: er was sprake van niet-lokale interacties.

Het is van belang hier op te merken dat Einstein Bohm's theorie niet acceptabel achtte. Vanwege het ogenschijnlijk door het bestaan van Bohm's theorie geleverde bewijs van de incompleetheit van de quantummechanica, is dit enigszins verrassend. Ongetwijfeld zal daarbij Einstein's aversie van niet-lokaliteit een rol hebben gespeeld. Maar belangrijker is misschien Einstein's [22] constatering dat Bohm's theorie het wat het (meta)fysische karakter betreft niet al te best deed. Bohm's verborgen variabelen hadden, behalve voor plaatsmetingen, geen directe relatie met door meting verkregen waarden van fysische grootheden. Er was –zelfs in dwingendere mate dan bij de Kopenhaagse interpretatie– een meetverstoring nodig om overeenstemming met de empirische meetresultaten te krijgen. Dat was niet de objectivistische theorie waar Einstein van droomde. Inderdaad is Bohm's theorie niets anders dan een herformulering van de quantummechanica in klassiek lijkende termen, dus in feite een (alternatieve) interpretatie van de quantummechanica. Aan een echte verborgen-variabelentheorie zou men de eis willen stellen dat deze de empirische meetresultaten reproduceert.

Desalniettemin was Bell zodanig onder de indruk van Bohm's theorie dat hij geloof hechtte aan het bestaan van niet-lokale verborgen-variabelentheorieën ter onderbouwing van de quantummechanica. Gesterkt door dit geloof vond hij de fout in von Neumann's onmogelijkheidsbewijs. Het leek hem vervolgens toe dat, zo er al een onmogelijkheidsbewijs mogelijk was, dit alleen betrekking kon hebben op *lokale* verborgen-variabelentheorieën. Bell [23] vond zo'n bewijs. Hij was in staat om voor lokale verborgen-variabelentheorieën ongelijkheden af te leiden, de Bell-ongelijkheden, die door de quantummechanica kunnen worden geschonden. Het theorema van Bell betekent dat, als de quantummechanica correct is, een verborgen-

variabelentheorie van de door Bell bestudeerde soort geen goede beschrijving kan geven van de microscopische werkelijkheid. Zou de door Bell bestudeerde soort de meest algemene lokale verborgen-variabelentheorie bevatten, dan zou de conclusie gewettigd zijn dat dan ook de microscopische werkelijkheid een niet-lokaal karakter heeft. Het is echter niet eenvoudig om uit te maken wanneer de grootste algemeenheid is bereikt.

Door Aspect en medewerkers [24, 25] is op overtuigende wijze aangetoond dat er experimenten van het in figuur 2 weergegeven type bestaan, die voldoen aan de voorspellingen van de quantummechanica en die daarmee de Bell-ongelijkheden kunnen schenden. Tamelijk voorbarig wordt hieruit nogal eens de conclusie getrokken dat niet-lokaliteit nu experimenteel bewezen is. Weliswaar wordt erkend dat er nog wel een aantal zgn. “loopholes” zijn, i.e. additionele aannames naast de eis van lokaliteit, die in plaats van de aanname van lokaliteit verantwoordelijk zouden kunnen zijn voor de afleidbaarheid van de Bell-ongelijkheden, maar men verwacht daar vaak niet zo veel van. Bovendien lijkt het erop dat deze ontsnappingsroutes uit de conclusie dat niet-lokaliteit onweerlegbaar is, één voor één worden afgesloten (bijvoorbeeld [26, 27]).

Ik wil hier echter wijzen op een additionele aanname (“loophole”) die zeer wel de echte oorzaak van de afleidbaarheid van de Bell-ongelijkheden zou kunnen zijn, met dien verstande dat de lokaliteitsaanname niet die essentiële rol speelt die Bell meende dat ze deed. Deze aanname is verwant aan (maar uiteraard verschillend van) Einstein’s bij EPR gemaakte aanname dat quantummechanische observabelen een objectieve, welbepaalde waarde bezitten voorafgaand aan de meting, een waarde die vervolgens op éénduidige wijze door de meting wordt vastgelegd. De eerste versie van Bell’s bewijs deed eigenlijk iets soortgelijks als EPR, maar dan voor de verborgen variabelen in plaats van voor de observabelen. Bell ging ervan uit dat de waarde van de verborgen variabele λ éénduidig en objectief is gegeven voorafgaand aan de meting, en dat de waarde van de observabele daarvan een functie $A(\lambda)$ is. Ik heb deze aanname in [9] “quasi-objectiviteit” genoemd. Ze komt erop neer dat de verborgen variabele de rol van ‘element van fysische realiteit’ op zich neemt. Nu we weten dat Einstein’s aanname van objectiviteit van quantummechanische observabelen onhoudbaar is, is de aanname van quasi-objectiviteit een voor de hand liggende volgende stap. Het zou echter kunnen zijn dat deze stap evenzeer ongerechtvaardigd is als de aanname van EPR. Ik zal in par. 5 beargumenteren waarom ik denk dat dit inderdaad het geval is.

In latere meer “sophisticated” afleidingen van de Bell-ongelijkheden vinden we de aanname van quasi-objectiviteit in een andere vorm terug. De meest algemene afleiding is, denk ik, gegeven door Clauser en Horne [28]. Hun afleiding is geldig voor stochastische, contextuele verborgen-variabelentheorieën (echter ook toepasbaar op deterministische en niet-contextuele theorieën). Het uitgangspunt van deze theorie is de uitdrukking voor de experimentele kansverdeling van de meetresultaten van

observabele A in termen van de verborgen-variabelentheorie overeenkomstig

$$p(a) = \int_{\Lambda} d\lambda \rho(\lambda) p_A(a|\lambda). \quad (3)$$

Hierin is Λ de ruimte van de verborgen variabelen, $\rho(\lambda)$ de kansverdeling van de verborgen variabelen over die ruimte, en $p_A(a|\lambda)$ de conditionele kans op meetuitkomst a , gegeven de initiële waarde λ . De aanname van quasi-objectiviteit zit nu in de conditionele kansen, in de zin dat de initiële waarde van λ nu weliswaar in het algemeen niet op deterministische wijze de meetuitkomst bepaalt, maar dat dit, bij gegeven (eventueel stochastische) interactie met het meetapparaat, wél het geval is voor de conditionele kansen $p_A(a|\lambda)$.

Voor gezamenlijke metingen van twee observabelen krijgen we op analoge wijze de gezamenlijk waarschijnlijkheidsverdeling

$$p(a_1, a_2) = \int_{\Lambda} d\lambda \rho(\lambda) p_{A_1 A_2}(a_1, a_2|\lambda), \quad (4)$$

waarin voor Bell-experimenten (cf. figuur 2) de lokaliteitsconditie wordt gegeven door de relatie

$$p_{A_1 A_2}(a_1, a_2|\lambda) = p_{A_1}(a_1|\lambda) p_{A_2}(a_2|\lambda). \quad (5)$$

Deze laatste conditie houdt in dat, conditioneel op een gegeven initiële waarde λ van de verborgen variabele, de meetprocessen voor observabelen A_1 en A_2 statistisch onafhankelijk van elkaar zijn. Deze aannames zijn voldoende om de zgn. Bell-Clauser-Horne-Shimony (BCHS)-ongelijkheden af te leiden voor de waarschijnlijkheden, waaruit dan vervolgens de Bell-ongelijkheden rechtstreeks volgen. Hier zij terzijde opgemerkt dat het in feite niet de Bell-ongelijkheden zijn die experimenteel worden getoetst, maar de BCHS-ongelijkheden, die alleen van de waarschijnlijkheden (relatieve frequenties) afhangen en dus onafhankelijk zijn van de precieze keuze van de (eigen)waarden van de observabelen.

De mogelijkheid van quasi-objectiviteit wordt in het algemeen als vanzelfsprekend aangenomen, en daardoor over het hoofd gezien. Hierdoor leek lokaliteit, naast het bestaan van verborgen variabelen, de enige aanname te zijn op grond waarvan de Bell-ongelijkheden worden afgeleid. Daardoor is het idee ontstaan dat deze ongelijkheden een onontkoombare eigenschap vormen van lokaal-realistische theorieën. Het zou echter wel eens kunnen zijn dat de *aanname van quasi-objectiviteit* de kwaaie pier is, en niet de lokaliteitsaanname. Een reden om dit te denken, is dat de Bell-ongelijkheden kunnen worden afgeleid *alleen* op grond van quasi-objectiviteit, dus zonder de lokaliteitsaanname. Dit kan als volgt worden ingezien:

Er bestaat een, helaas nogal ondergewaardeerde stelling, bewezen o.a. door Rastall [29] en Fine [30], dat de Bell-ongelijkheden volgen uit de aanname van het bestaan van een gemeenschappelijke waarschijnlijkheidsverdeling (gww) voor de vier

observabelen (A_1, B_1, A_2 , en B_2) die een rol spelen. Niet-afleidbaarheid van de Bell-ongelijkheden kan dan een gevolg zijn van het niet-bestaan van zo'n gvw. In een quasi-objectivistische verborgen-variabelentheorie kan zo'n gvw analoog (3) en (4) worden gegeven als

$$p(a_1, b_1, a_2, b_2) = \int_{\Lambda} d\lambda \rho(\lambda) p_{A_1 B_1 A_2 B_2}(a_1, b_1, a_2, b_2 | \lambda). \quad (6)$$

Voor het geval van een *lokale* quasi-objectivistische verborgen-variabelentheorie kan, analoog (5), de conditionele waarschijnlijkheid worden gekozen overeenkomstig⁵

$$p_{A_1 B_1 A_2 B_2}(a_1, b_1, a_2, b_2 | \lambda) = p_{A_1}(a_1 | \lambda) p_{B_1}(b_1 | \lambda) p_{A_2}(a_2 | \lambda) p_{B_2}(b_2 | \lambda). \quad (7)$$

Voor afleiding van de Bell-ongelijkheden is deze laatste aanname echter niet nodig; deze ongelijkheden volgen heel algemeen uit het bestaan van de gvw (6), waarin geen sprake hoeft te zijn van enige lokaliteit in de zin dat, voor gegeven λ , metingen van een observabele van deeltje 1 niet zouden interfereren met metingen aan deeltje 2. Kennelijk is de lokaleitsaannahme overbodig.

Uiteraard zou het nog zo kunnen zijn dat het niet-bestaan van een gvw als (6) een gevolg is van niet-lokaliteit, zodat het uiteindelijk toch de schuld van die laatste zou zijn dat de Bell-ongelijkheden kunnen worden geschonden. Dit lijkt echter niet erg waarschijnlijk. Er bestaat namelijk een veel betere verklaring voor het niet-bestaan van de betreffende gvw. Dat is het aloude inzicht dat er geen gvw bestaat wanneer er *incompatibele* observabelen bij zijn betrokken (in dit geval A_1 en B_1 , respectievelijk A_2 en B_2). Inderdaad is het nodig, wil men een gvw als $p(a_1, b_1, a_2, b_2)$ kunnen construeren, dat er voor elk individueel deeltjespaar gezamenlijk welbepaalde waarden aan *incompatibele* observabelen worden toegekend. En dit levert, net als bij het theorema van Kochen en Specker, problemen op die samenhangen met Bohr's complementariteitsbeginsel. In plaats van een (niet-lokale) interactie tussen deeltjes en meetopstellingen in causaal gescheiden gebieden, zou de aloude wederzijdse verstoring die optreedt bij gezamenlijke meting van incompatibele observabelen verantwoordelijk kunnen zijn voor het niet-bestaan van de gvw (en dus van de niet-afleidbaarheid van de Bell-ongelijkheden). Maar dit laatste is het gevolg van *lokale* interacties tussen objecten en meetapparaten. Het kunnen inderdaad zeer wel de *lokale* interacties in de gebieden van deeltjes 1 en 2 *afzonderlijk* zijn, die het onmogelijk maken om voor de vier relevante Bell-experimenten (namelijk de metingen van, respectievelijk, de observabelenparen (A_1, A_2) , (A_1, B_2) , (B_1, A_2) en (B_1, B_2) , die in totaal *acht* waarden opleveren voor de vier meetresultaten a_1, b_1, a_2 en b_2) de quadrupels van meetresultaten (a_1, b_1, a_2, b_2) te vormen die nodig zijn om een quadrivariante gvw $p(a_1, b_1, a_2, b_2)$ te kunnen construeren, waaruit de Bell-ongelijkheden

⁵Het is eventueel mogelijk om de verborgen variabele λ voor een twee-deeltjessysteem te specificeren tot (λ_1, λ_2) , en de integratie in (6) te nemen over $\Lambda = \Lambda_1 \times \Lambda_2$. In plaats van (7) krijgen we dan $p_{A_1 B_1 A_2 B_2}(a_1, b_1, a_2, b_2 | \lambda_1, \lambda_2) = p_{A_1}(a_1 | \lambda_1, \lambda_2) p_{B_1}(b_1 | \lambda_1, \lambda_2) p_{A_2}(a_2 | \lambda_1, \lambda_2) p_{B_2}(b_2 | \lambda_1, \lambda_2)$. Voor de redenering maakt dit verder geen verschil.

zijn af te leiden⁶. *Incompatibiliteit* van observabelen moet de oorzaak zijn van niet-afleidbaarheid van de Bell-ongelijkheden (want als alle observabelen A_1, B_1, A_2 en B_2 compatibel zijn, dan bestaat er zelfs in de quantummechanica een quadrivariante gvw). Wat er dus mis zit aan de uitdrukkingen (6) en (7) is het ontbreken van enige referentie aan *incompatibiliteit*. Dit betekent dat een dergelijke verborgenvariabelentheorie al bij voorbaat ongeschikt moet worden geacht om de resultaten van de quantummechanica te kunnen reproduceren. In par. 5 zal ik proberen te laten zien in welke richting men zou kunnen denken om dit te repareren.

5 Analogie tussen quantummechanica en thermodynamica

De analogie tussen de quantummechanica en de thermodynamica is al vele malen opgemerkt (bijvoorbeeld door de Broglie [31] en door Bohm [32]). De verborgenvariabelentheorie speelt dan ten aanzien van de quantummechanica een overeenkomstige rol als de statistische mechanica speelt ten aanzien van de thermodynamica. Het idee is dat de quantummechanica kan worden onderbouwd door een theorie van stochastische processen met een deels diffusie-achtig karakter, met $\hbar/2m$ als diffusieconstante (bijvoorbeeld Nelson [33, 34], Davidson [35]). Hoewel deze ideeën nog altijd zeer speculatief zijn, is het misschien toch interessant om te zien hoe men zou kunnen proberen deze analogie te gebruiken om verborgenvariabelentheorieën te ontwerpen waarvoor de ongelijkheden van Bell niet afleidbaar zijn, en die toch geen aanleiding geven te denken dat er instantane beïnvloeding kan plaats vinden over grote afstand.

Wat voor de analogie van belang is, is dat een thermodynamische grootheid niet wordt geconditioneerd op een *microtoestand* (gerepresenteerd door *instantane* waarden van de deeltjescoördinaten en -impulsen). Tengevolge van de eindige duur van bijvoorbeeld een drukmeting heeft het weinig zin om de thermodynamische druk te beschouwen als een functie van de instantane deeltjesgrootheden. De (macroscopische) grootheid die wordt beschreven door de thermodynamica is een *tijd-(en ruimte-)gemiddelde*. Thermodynamische grootheden worden geconditioneerd op zogenaamde *macrotoestanden* (ergodische trajectoriën c.q. Gibbs' kanonieke toestandsfuncties). De thermodynamica wordt dus *niet* onderbouwd door een quasi-objectivistische theorie (in de zin dat de thermodynamische grootheden zouden worden bepaald door uitdrukkingen zoals (3), waarin de conditionele kansen worden geconditioneerd op *microtoestanden*⁷).

⁶In de Muynck [9] wordt deze stelling verder onderbouwd op basis van een mathematische beschrijving van gezamenlijke niet-ideale meting van incompatibele observabelen.

⁷Dat dit ogenschijnlijk in de formulering van Gibbs wél het geval is, is slechts het gevolg van de beslissing om tijd-gemiddelden theoretisch te gaan behandelen als ensemble-gemiddelden.

Quantummechanische metingen hebben met thermodynamische metingen gemeen dat ze *geen instantane* informatie over het object geven. Bij zo'n meting zijn meetapparaat en object gedurende enige tijd met elkaar in interactie. Als de fluctuaties in het stochastische proces, dat wordt beschreven door λ zeer veel sneller zijn dan de macroscopische veranderingen, dan is de vraag die bij de aanname van quasi-objectiviteit direct rijst: *welke* van de waarden van λ die zijn doorlopen tijdens de meting is dan bepalend (eventueel in probabilistische zin) voor een bepaald meetresultaat? Net als in de thermodynamica ligt het veel meer voor de hand het meetresultaat te conditioneren op een *trajectorie* in de ruimte van verborgen variabelen, dan op een instantane waarde λ . Wanneer we de mogelijke trajectoriën aanduiden als $\bar{\lambda}$, dient daarom (3) vervangen te worden door

$$p(a) = \int_{\bar{\Lambda}} d\bar{\lambda} \rho(\bar{\lambda}) p_A(a|\bar{\lambda}), \quad (8)$$

waarin $\bar{\Lambda}$ de ruimte van de trajectoriën is, en de integraal moet worden geïnterpreteerd als een padenintegraal. Een verborgen-variabelentheorie waarin de kansen van quantummechanische meetresultaten de vorm (8) hebben, noem ik ‘niet-quasi-objectivistisch’.

Op zichzelf is de overgang van (3) naar (8) niet voldoende om de Bell-ongelijkheden te vermijden: de trajectoriën $\bar{\lambda}$ zouden namelijk in principe net zo goed objectieve eigenschappen kunnen zijn als de instantane waarden van λ . De afleiding van de Bell-ongelijkheden zou dan geheel analoog aan de afleiding op basis van (6) en (7) kunnen plaatsvinden, met dien verstande dat daarin overal λ wordt vervangen door $\bar{\lambda}$. Daarmee zouden ook lokale *niet-quasi-objectivistische* verborgen-variabelentheorieën aan de ongelijkheden van Bell moeten voldoen, en zouden we nog niet veel verder zijn.

We hebben echter in de theorie het *incompatibiliteitsargument* nog niet volledig benut. We hebben alleen nog maar rekening gehouden met een mogelijke contextualiteit van de *meting* (tot uitdrukking gebracht doordat de conditionele kansen $p_A(a|\lambda)$ en $p_A(a|\bar{\lambda})$ afhankelijk zijn van de meetopstelling). Er is echter nog geen rekening gehouden met contextualiteit van de *preparatie*, tot uitdrukking komend doordat de *trajectoriën* afhankelijk zijn van de experimentele opstelling. Zo'n contextualiteit is reeds in de thermodynamica aanwezig: het is immers direct duidelijk dat de ergodische trajectoriën van deze theorie verschillend moeten zijn voor verschillend gevormde containers van een gas (bepaalde delen van de ruimte zijn bij de éne container wél toegankelijk voor de ergodische trajectoriën, bij een anders gevormde container niet). Het is zeer wel denkbaar dat, in geval van elkaar wederzijds uitsluitende meetopstellingen, iets dergelijks optreedt in het analoge geval van de quantummechanica. Dit zou betekenen dat ook de trajectoriën (mede) afhangen van de vraag wélke observabele wordt gemeten. Om deze reden zal ik voor de meetopstelling van de quantummechanische observabele A de mogelijke trajectoriën aanduiden met $\bar{\lambda}^A$, en de corresponderende ruimte met $\bar{\Lambda}^A$, waar de index A verwijst naar de meetcontext voor observabele A . De grootheden λ en $\bar{\lambda}^A$ verhouden

zich tot elkaar als niet-quantummechanische tot quantummechanische ‘elementen van fysieke realiteit’, waarbij de laatste afhangen van de meetcontext. We kunnen nu de uitdrukking (8) nader bepalen overeenkomstig

$$p(a) = \int_{\bar{\Lambda}^A} d\bar{\lambda}^A \rho(\bar{\lambda}^A) p_A(a|\bar{\lambda}^A). \quad (9)$$

Elkaar uitsluitende meetopstellingen kunnen worden gekarakteriseerd doordat hun trajectoriënruimten van elkaar verschillen: $\bar{\Lambda}^A \neq \bar{\Lambda}^B$ als A en B corresponderen met elkaar uitsluitende experimentele opstellingen. Zoals ik in par. 4 heb opgemerkt, is het de *incompatibiliteit* van observabelen die verantwoordelijk moet zijn voor het schenden van de Bell-ongelijkheden. Inderdaad kan *incompatibiliteit* nu een afleiding van de Bell-ongelijkheden analoog (6) en (7) blokkeren. Immers bestaat er ten gevolge van elkaar uitsluitende meetopstellingen in geval van incompatibele observabelen geen gemeenschappelijke trajectoriënruimte $\bar{\Lambda}$ voor alle metingen die worden uitgevoerd in een test van de Bell-ongelijkheden: de trajectoriën $\bar{\lambda}^{A_1}$ zijn in het algemeen niet dezelfde als de trajectoriën $\bar{\lambda}^{B_1}$ daar A_1 en B_1 incompatibel zijn (en analoog voor $\bar{\lambda}^{A_2}$ en $\bar{\lambda}^{B_2}$). Daardoor kan er geen conditionele gvw van de vorm (7) worden geconstrueerd, op basis waarvan voor de lokale theorie analoog (6) en (7) de Bell-ongelijkheden zouden kunnen worden afgeleid. Daarmee is het mogelijk om *incompatibiliteit* van quantummechanische observabelen ook op het niveau van de verborgen-variabelentheorie te implementeren op een manier die nauw aansluit bij Bohr’s contextualistische karakterisering van quantummechanische observabelen, zonder dat het nodig is superluminale invloeden tussen ver van elkaar verwijderde deeltjes aan te nemen om de Bell-ongelijkheden te vermijden.

Hier zij nog opgemerkt dat trajectoriën $\bar{\lambda}^A$ van de niet-quasi-objectivistische theorie geen puntvormige objecten zijn, maar dat deze betrekking hebben op de uitgebreide ruimte-tijdgebieden waarover de “ergodische” middeling wordt uitgevoerd. Ze hebben daarom een *niet-lokaal* karakter. Betekent dit dat tóch niet-lokaliteit nodig is om aan de Bell-ongelijkheden te ontkomen? Het is, na alle pogingen om niet-lokaliteit buiten spel te zetten, opmerkelijk dat het antwoord op deze vraag een gekwalificeerd ‘Ja’ is. Hoewel contextualiteit de essentie uitmaakt van het typische verschil tussen de quantummechanica en de klassieke mechanica, is in de hier voorgestelde aanpak de niet-lokaliteit van de trajectoriën noodzakelijk om die contextualiteit effectief te doen zijn. Hier is echter geen sprake van een niet-lokaliteit die aanleiding zou moeten geven tot, bijvoorbeeld, inseparabiliteit van deeltjes 1 en 2 in EPR- en Bell-experimenten. Het is voldoende dat alleen deeltje 1 en het meetapparaat voor A_1 dan wel B_1 inseparabel zijn, respectievelijk, deeltje 2 en het meetapparaat voor A_2 dan wel B_2 (in de interactionele zin van Bohr). Deeltjes 1 en 2 kunnen als afzonderlijke objecten beschouwd worden zodra we in staat zijn er onafhankelijk van elkaar aan te meten.

Hier wreekt zich bovendien de in par. 1 gemelde slordigheid ten aanzien van het niet-onderscheiden van lokaliteit en causaliteit. Er hoeft geen superluminale beïnvloeding te bestaan tussen ver van elkaar verwijderde deeltjes. Maar de hier bedoelde niet-lokaliteit hoeft ook niet te betekenen dat er superluminale beïnvloeding zou moeten bestaan binnen een (niet-lokaal) microscopisch object, c.q. binnen het bereik van een trajectorie $\bar{\lambda}^A$. Niet-puntvormige objecten zoals biljartballen, containers gevuld met zich in thermisch evenwicht bevindend gas, en elementaire deeltjes, laten zich zeer wel rijmen met de lichtsnelheid als maximale signaalsnelheid, ook al kan dit betekenen dat theorieën als de theorie van starre lichamen, de thermodynamica en misschien zelfs de quantummechanica hun aanspraken op universele geldigheid verliezen, en nog slechts toepasbaar zijn binnen een beperkt toepassingsgebied (dat voor de laatste twee theorieën overigens nog altijd zeer groot is!): in alle drie de gevallen zou de niet-lokaliteit van de door de theorie beschreven objecten wel eens slechts een *benadering* van de werkelijkheid kunnen zijn, die niet in strijd komt met de waarneming omdat die laatste daarvoor niet nauwkeurig genoeg is (vergelijk par. 1).

Voor de quantummechanica zou de toepasbaarheid zich kunnen beperken tot processen die zo “langzaam” zijn dat de hierboven genoemde stochastische processen naar (lokaal) evenwicht relaxeren in tijden die kort zijn vergeleken met de quantummechanische meettijden. Dit betekent dat de quantummechanica slechts processen beschrijft die, analoog aan de quasi-statische processen van de thermodynamica, slechts gerealiseerd worden via overgangen tussen evenwichtstoestanden (in welk geval er binnen het toepassingsgebied van de quantummechanica sprake kan zijn van een soort van “ergodiciteit” die analoog is aan die welke optreedt in een statistische onderbouwing van de thermodynamica). Het niet-lokale karakter van de theorie is dan slechts een gevolg van een beperking van de quantummechanische meting tot zodanige meetprocedures dat alleen informatie wordt verkregen over een uitgebreid gebied, de trajectorie. Net als bij de theorie van starre lichamen heeft deze niet-lokaliteit geen andere fysische betekenis dan een beperking van de door de theorie beschreven fysica tot meetprocedures die geen kleinere details waarnemen dan de niet-lokale ‘elementen van fysische realiteit’ van de betreffende theorie.

Als we in staat zouden zijn nauwkeuriger metingen te doen, zouden we mogelijk het toepassingsgebied van de quasi-objectivistische theorie kunnen benaderen. Op grond van de hierboven uiteengezette ideeën kan men proberen te bedenken wat voor experimenten men zou moeten doen om buiten het toepassingsgebied van de quantummechanica te geraken. Daartoe zou men moeten kijken naar *niet*-evenwichtstoestanden van de stochastische theorie. Er vanuit gaand dat het toepassingsgebied van de quantummechanica overeenstemt met dat van een stochastische theorie met diffusieconstante $\hbar/2m$, krijgt men voor een elektron dat zich bevindt in een ruimte met de afmetingen van een atoom, een relaxatietijd van de orde van 10^{-16} seconde, waarin een niet-evenwichtstoestand naar evenwicht relaxeert. Dat

betekent dat men, om afwijkingen van de quantummechanica te vinden, aanzienlijk sneller dan 10^{-16} seconde zou moeten meten. Alleen onder die condities zou een meting mogelijk een instantane waarde van λ kunnen testen (in plaats van een met de quantummechanica corresponderende trajectorie $\bar{\lambda}^A$), zodat voldaan zou kunnen zijn aan quasi-objectiviteit. Onder zulke omstandigheden zou mogelijk moeten zijn voldaan aan de ongelijkheden van Bell. Zulke korte meettijden zijn experimenteel nog niet gehaald, al zijn we in het femtosecondengebied daar nu misschien ook weer niet zo ver van verwijderd. In ieder geval is het, uitgaande van deze ideeën, begrijpelijk waarom zelfs het zgn. “switching” experiment van Aspect [25] (“switching” frequentie 50 MHz) zich ruimschoots binnen het toepassingsgebied van de quantummechanica bevond, en dus de ongelijkheden van Bell konden worden geschonden.

6 Slotopmerkingen

Resumerend komen we tot de conclusie dat het (niet-)lokaliteitsprobleem in de quantummechanica een nogal verwarrende aangelegenheid is. De hardnekkigheid ervan duidt erop dat er bij het beleven van de quantummechanica een sterke intuïtie is dat er iets niet-lokaals aan de hand is. Deze intuïtie heeft mogelijk zijn oorsprong in de gedachte dat elementaire deeltjes geen puntdeeltjes zijn, maar uitgebreide objecten die zich voelbaar kunnen maken ver van de plaats waar zich op een gegeven moment hun zwaartepunt bevindt. We hebben in par. 1 gezien dat er inderdaad aanleiding zou kunnen zijn om in zulke termen te denken. Ook in par. 5 komt deze niet-lokaliteit terug, nu als onderdeel van een de quantummechanica onderbouwende verborgen-variabelentheorie. Tóch zijn we, om zowel theoretische als experimentele redenen, niet snel geneigd om deze niet-lokaliteit te associëren met superluminale invloeden tussen ver van elkaar verwijderde objecten, of die nu empirisch toetsbaar zijn of niet (par. 2).

Het is onmogelijk om een analyse van het niet-lokaliteitsprobleem van de quantummechanica te geven zonder daarbij de interpretatie van de quantummechanica in de beschouwing te betrekken. Helaas is het onmogelijk om dit hier in volle omvang te doen. Met name heb ik niet kunnen ingaan op de noodzaak om, ten einde het verschil tussen een EPR-experiment (figuur 1) en een Bell-experiment (figuur 2) goed te kunnen appreciëren, Bohr’s contextualistisch-realistische interpretatie te vervangen door wat in de Muynck [9] een *empiristische* interpretatie wordt genoemd. In deze laatste interpretatie wordt het fenomenologische karakter van de quantummechanica serieus genomen, in de zin dat quantummechanische observabelen niet geïnterpreteerd worden als eigenschappen van de microscopische objecten (of dat nu, met Einstein, objectief is, dan wel, met Bohr, contextueel), maar als labels van wijzerposities van quantummechanische meetapparaten (voor eigenschappen van de microscopische objecten zullen we een beroep moeten doen

op verborgen-variabelentheorieën). De empiristische interpretatie tracht een belangrijke bron van verwarring te elimineren, die is gelegen in het toekennen van waarden aan quantummechanische observabelen waar deze observabelen niet actueel worden gemeten. Zoals we in par. 3 hebben gezien, ligt het gebruik om dit wél te doen aan de basis van de door EPR geïnduceerde niet-lokaliteitsproblematiek.

Een soortgelijke inperking van de probleemstelling geldt ook ten aanzien van de behandeling van Bell-experimenten in par. 4. In de eerste plaats is het mogelijk om de ongelijkheden van Bell af te leiden binnen de quantummechanica. De betekenis van deze ongelijkheden is dan in wezen niet verschillend van die van het theorema van Kochen en Specker, namelijk evidentie dat het niet mogelijk is om gezamenlijk (c.q. gelijktijdig) waarden aan *in*compatibele quantummechanische observabelen toe te kennen zonder in strijd te komen met het Hilbertruimteformalisme. In de Muynck [9] is deze problematiek uitvoerig bestudeerd op basis van een generalisatie van het quantummechanische formalisme waarin observabelen niet worden gerepresenteerd door hermitische operatoren, maar door positieve operatorwaardige maten. In deze formulering is de irrelevantie van niet-lokaliteit voor schending van de Bell-ongelijkheden tamelijk evident.

In de tweede plaats kunnen de Bell-ongelijkheden worden afgeleid binnen verborgen-variabelentheorieën. In de fysische literatuur is het gemeengoed om afleidbaarheid van de Bell-ongelijkheden toe te rekenen aan wat wel ‘lokaal realisme’ wordt genoemd, i.e. de aanname dat de werkelijkheid kan worden beschreven door een lokale verborgen-variabelentheorie. Zoals echter blijkt uit de mogelijkheid deze ongelijkheden zowel puur op basis van de quantummechanica als voor *alle* verborgen-variabelentheorieën van de quasi-objectivistische soort (cf. vergelijking (6)) af te leiden, is dit een door de historie ingeslepen sprookje. In het bijzonder berust de vaak gehoorde uitspraak dat de experimenten van Aspect [24, 25] een experimenteel bewijs zouden leveren van de niet-lokaliteit van de microscopische werkelijkheid, op een uiterst dubieuze logische redenering: het ziet over het hoofd dat quasi-objectiviteit wel eens geen goede eigenschap zou kunnen zijn van een verborgen-variabelentheorie die de quantummechanische resultaten moet reproduceren, en daarom moet worden gezien als een essentiële (maar onterechte) additionele aanname in de afleidingen van de Bell-ongelijkheden. In par. 5 hebben we gezien dat deze aanname een “loophole” vertegenwoordigt zo groot als een schuurdeur.

In par. 5 is tenslotte betoogd dat de niet-lokaliteitsproblematiek van de quantummechanica grote overeenkomst vertoont met overeenkomstige problemen in theorieën als de klassieke theorie van starre lichamen en de thermodynamica. Deze problematiek, voorzover opgemerkt, heeft voor die laatste theorieën echter nooit geleid tot veel discussie, ongetwijfeld omdat daar, in tegenstelling tot de quantummechanica, geen compleetheidsclaims gelden. Nu uit de mogelijkheid *én de toepasbaarheid* (de Muynck [9]) van een gegeneraliseerd quantummechanisch formalisme blijkt dat zo’n compleetheidsclaim ook voor de standaard-quantummechanica een dubieuze zaak

is, lijkt het verantwoord om ook in het geval van deze laatste theorie te geloven in een beperkte toepasbaarheid van het formalisme (dat geldt overigens net zo goed voor het gegeneraliseerde formalisme). Misschien dat de discussie tussen Bohr en Einstein uiteindelijk nog wel eens in een gelijkspel zou kunnen eindigen, wanneer enerzijds Einstein's lokaliteit en Bohr's contextualiteit, en anderzijds de fouten die door beiden werden gemaakt, naar waarde worden geschat.

Referenties

- [1] Willem M. de Muynck, *On the necessity and sufficiency of local commutativity for causality in quantum mechanics*, Proefschrift UvA, 1984, gepubliceerd in *Found. of Phys.* **14**, 111, 199 (1984).
- [2] W.M. de Muynck, *Ned. Tijdschr. v. Natk.* **52(1)**, pag. 23-27 (1986).
- [3] S.N.M. Ruijsenaars, *Ann. Phys. (N.Y.)* **137**, 33 (1981).
- [4] G.C. Hegerfeldt and S.N.M. Ruijsenaars, *Phys. Rev. D* **22**, 377 (1980); S.N.M. Ruijsenaars, *Ann. Phys. (N.Y.)* **137**, 33 (1981).
- [5] M. Redhead, *Incompleteness, nonlocality, and realism*, Clarendon Press, Oxford, 1987.
- [6] B. d'Espagnat, *Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*, W.A. Benjamin, Inc., Reading, Mass., 1976.
- [7] A. Shimony, *Proc. Internat. Symp. on the Found. of Quantum Mechanics*, S. Kamefuchi et al. (eds), Phys. Soc. Japan, Tokyo, 1983, pag. 225.
- [8] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [9] Willem M. de Muynck, *Foundations of quantum mechanics, an empiricist approach*, Fundamental theories of physics, vol. 127, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 2002.
- [10] W.M. de Muynck, *Found. of Phys.* **34**, 717-770 (2004).
- [11] P. Jordan, *Erkenntnis* **4**, 215 (1934).
- [12] N. Bohr, *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).
- [13] A. Einstein, *Dialectica* **2**, 320 (1948).
- [14] J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlin, 1932; of, *Mathematical foundations of quantum mechanics*, Princeton Univ. Press, 1955.

- [15] S. Kochen and E.P. Specker, *J. Math. and Mech.* **17**, 59 (1967).
- [16] D.M. Greenberger, M.A. Horne, A. Shimony, and A. Zeilinger, *Am. Journ. Phys.* **58**, 1131 (1990); D.M. Greenberger, M. Horne, and A. Zeilinger, “Going beyond Bell’s theorem”, in *Bell’s Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, ed. M. Kafatos (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1989), pag. 73.
- [17] N.D. Mermin, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3373 (1990).
- [18] N.D. Mermin, *Physics Today*, June 1990, 9.
- [19] N.D. Mermin, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 803 (1993).
- [20] A. Peres, *Journ. of Phys.* **24A**, L175 (1991).
- [21] D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 166, 180 (1952).
- [22] A. Einstein, in *Scientific papers presented to Max Born*, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1953, pag. 33.
- [23] J.S. Bell, *Physics* **1**, 195 (1964).
- [24] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett* **47**, 460 (1981).
- [25] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [26] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039 (1998).
- [27] M.A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C.A. Sackett, W.M. Itano, C. Monroe, and D.J. Wineland, *Nature* **409**, 791 - 794 (15 Feb 2001).
- [28] J.F. Clauser and M.A. Horne, *Phys. Rev. D* **10**, 526 (1974).
- [29] P. Rastall, *Found. of Phys.* **13**, 555 (1983).
- [30] A. Fine, *Journ. Math. Phys.* **23**, 1306 (1982); *Phys. Rev. Lett.* **48**, 291 (1982).
- [31] L. de Broglie, *La thermodynamique de la particule isolée*, Gauthier–Villars, 1964; L. de Broglie, *Diverses question de mécanique et de thermodynamique classiques et relativistes*, Springer-Verlag, 1995.
- [32] D. Bohm, *Phys. Rev.* **89**, 458 (1953).
- [33] E. Nelson, *Dynamical theories of Brownian motion*, Princeton University Press, 1967.

- [34] E. Nelson, *Quantum fluctuations*, Princeton University Press, 1985.
- [35] M.P. Davidson, *Physica* **96A**, 465 (1979).